



MANUEL DE MATHÉMATIQUES 5-6

CAHIER D'EXERCICES G6-6

Module : Transformations du plan

Niveau : 6e année

Ce cahier d'exercices contient des activités d'appropriation, de reproduction et de réflexion concernant les différents chapitres du module étudié. Les informations et explications théoriques sont disponibles dans le manuel du même module.

Des aides animées et des activités complémentaires sont disponibles sur www.i-maths.org/G6.

N'hésitez pas à me contacter pour toute information supplémentaire : www.i-maths.org/contact.

Droit d'auteur

Chaque auteur en particulier et le collectif Sesamath¹ restent propriétaires des droits d'auteur en vertu de la licence GNU/GPL dont une traduction française partielle est disponible à l'adresse suivante: www.i-maths.org/licence.

Ces activités ont été réaménagées afin de s'adapter à la progression i-Maths 5-6.

Auteurs des activités

G61. Symétrie axiale

G611. Définitions, vocabulaire et codage : Hubert Herbiet

G612. Constructions de points, de droites et de figures : Nicolas Blot & Isabelle Lemaître

G613. Propriétés : Sylvain Bourdalé

G62. Translation

G621. Définitions, vocabulaire et codage : Micaël Chevalley*

G622. Constructions de points, de droites et de figures : Micaël Chevalley*

G623. Propriétés : Micaël Chevalley*

G63. Rotation

Micaël Chevalley

G64. Symétrie centrale

Odile Guillon

G65. Synthèse

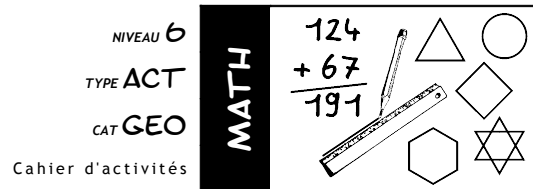
Micaël Chevalley*

¹ Les chapitres marqués d'une * ne proviennent pas de documents *Sesamath*.

PRÉNOM _____

Sommaire

G611. Symétrie axiale : vocabulaire et codage.....	5
G612. Symétrie axiale : constr. de points, de droites et de figures.....	9
G613. Symétrie axiale : propriétés.....	19
G62. Translation.....	25
G63. Rotation	31
G64. Symétrie centrale.....	35
G65. Synthèse.....	47

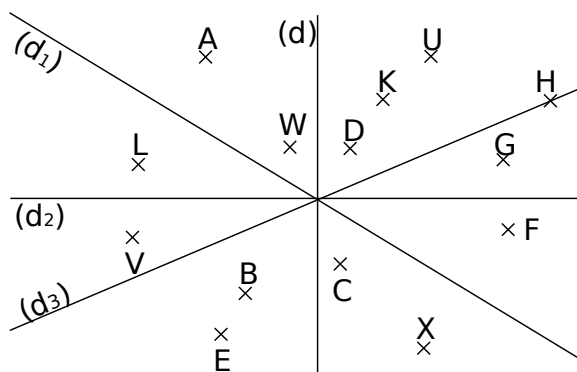


G611. SYMÉTRIE AXIALE : VOCABULAIRE ET CODAGE

POUR S'EXERCER

6-1. SYMÉTRIQUE D'UN POINT

À l'oeil nu, le symétrique du point :

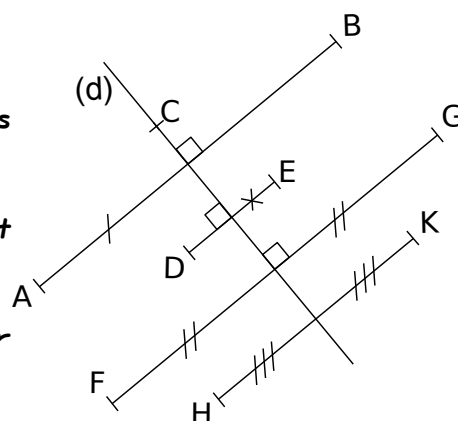


- *G* par rapport à la droite *(d)* est _____.
- *A* par rapport à la droite *(d1)* est _____.
- *L* par rapport à la droite *(d2)* est _____.
- *U* par rapport à la droite *(d)* est _____.
- *H* par rapport à la droite *(d3)* est _____.

6-2. QUESTION DE VOCABULAIRE

a. Complète les phrases en te basant sur les codages de la figure ci-dessous.

- Le point _____ est le symétrique du point _____ par rapport à l'axe *(d)*.
- Le point _____ est l'image du point _____ par la symétrie d'axe *(d)*.

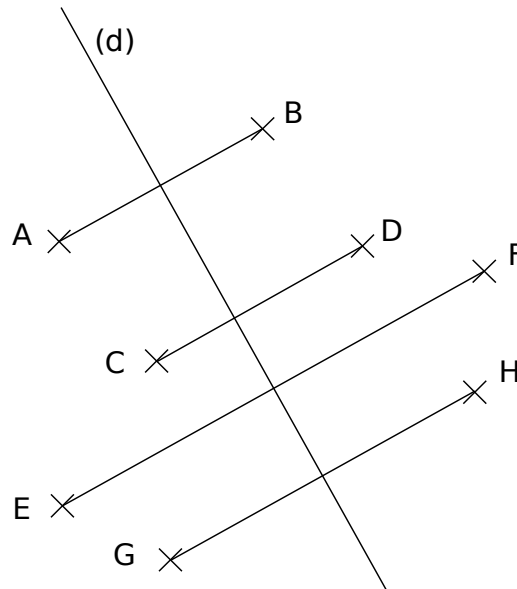


b. On ne peut pas affirmer que les autres points ont un symétrique sur la figure, pourquoi ?

6-3. SYMÉTRIE ET POLYGONE

a. Code la figure pour qu'elle illustre les phrases suivantes :

- L'image de A par la symétrie d'axe (d) est le point B .
- La symétrie d'axe (d) transforme le point E en F .
- G et H sont symétriques par rapport à l'axe (d) .



b. Si on trace (AF) et (BE) que remarque-t-on ?

c. La droite (d) est-elle un axe de symétrie du polygone $ABCDEFGH$? Pourquoi ?

d. Nomme un polygone qui aurait (d) comme axe de symétrie.

e. Écris trois phrases qui ont le même sens que : « A et B sont symétriques par rapport à la droite (d) . ».

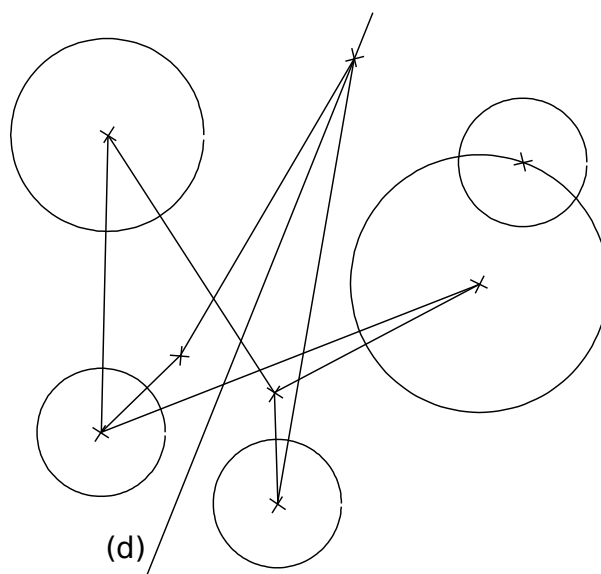
- ---
- ---
- ---

PRÉNOM _____

POUR CHERCHER

6-4. JEU DES SEPT ERREURS

Retrouve les sept éléments de la figure qui n'ont pas de symétrie par rapport à la droite (d) et repasse-les en couleur.



6-5. MESSAGE CODÉ

« YSE ZOFVE Q'SEF Y'SKUDOWE RS Y'WKFSYYWUSKQS ». Traduis ce message en remplaçant chaque lettre par son symétrique par rapport à (d).

	B	D		H	J	Z	
	x	x		x	x	x	
	xQ	S	F	U	W	Y	K
	x	x	x	x	x	x	x
(d)							
	x	x	x	x	x	x	x
	C	E	T	G	I	L	N
	x	x	x	x	x	x	x
	P	R		V	X		M

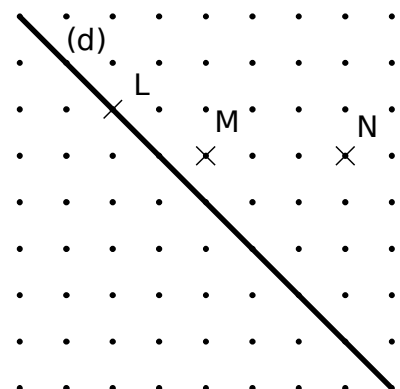
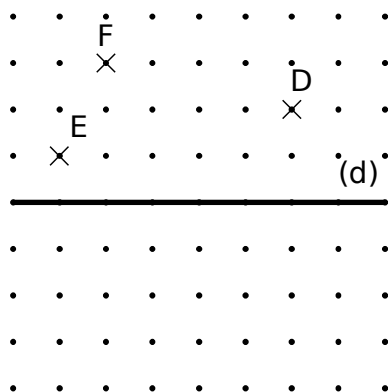
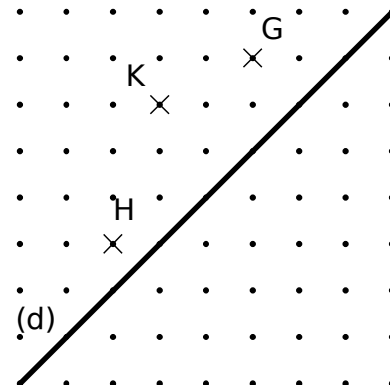
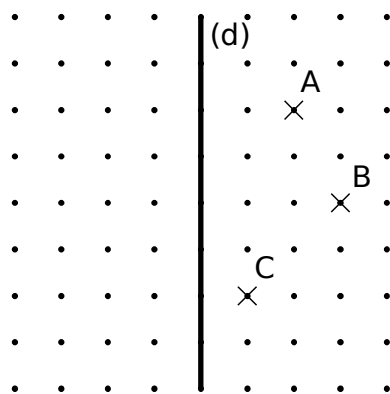
PRÉNOM _____

G612. SYMÉTRIE AXIALE : CONSTR. DE POINTS, DE DROITES ET DE FIGURES

POUR S'EXERCER

6-1. CONSTRUCTION SUR PAPIER POINTÉ

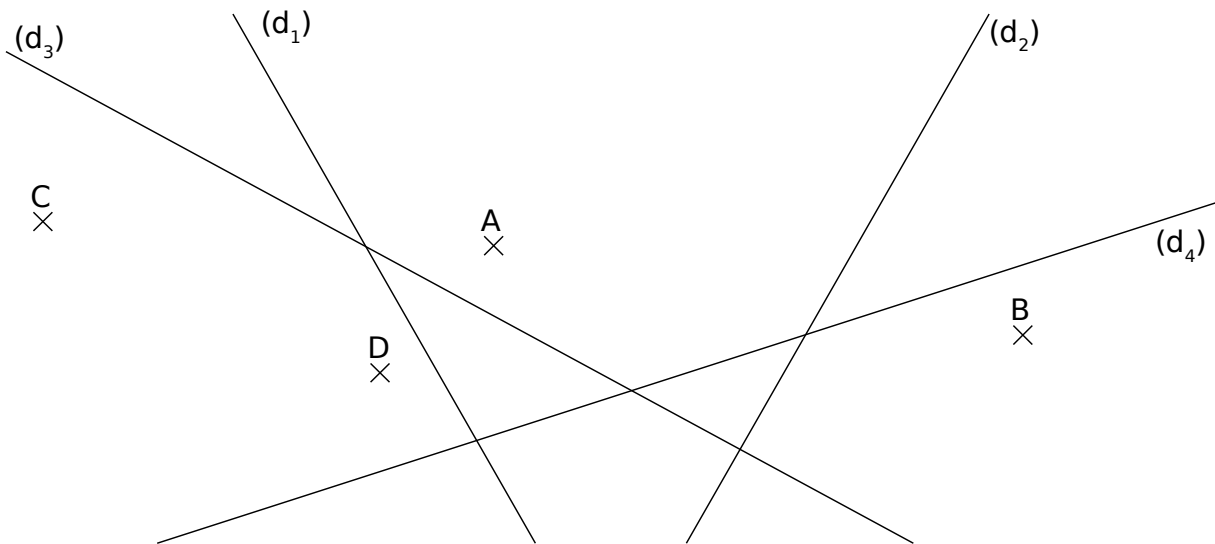
Sur chacune des quatre figures, construis les symétriques des points par rapport à la droite (d).



6-2. CONSTRUCTION À L'ÉQUERRE ET AU COMPAS

En utilisant uniquement l'équerre et le compas, construis :

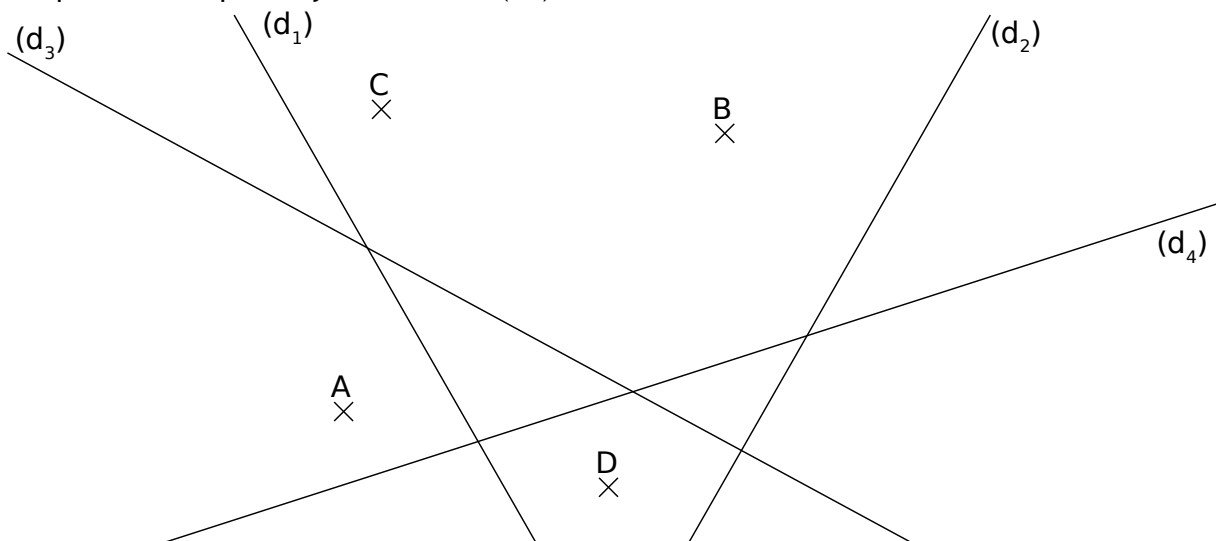
- le point A' tel que A et A' soient symétriques par rapport à la droite (d₁).
- le point B' tel que B et B' soient symétriques par rapport à la droite (d₂).
- le point C' tel que C et C' soient symétriques par rapport à la droite (d₃).
- le point D' tel que D et D' soient symétriques par rapport à la droite (d₄).



6-3. CONSTRUCTIONS AU COMPAS

En utilisant uniquement le compas, construis :

- le point A' tel que la symétrie d'axe (d₁) transforme A en A'.
- le point B' tel que la symétrie d'axe (d₂) transforme B en B'.
- le point C' tel que la symétrie d'axe (d₃) transforme C en C'.
- le point D' tel que la symétrie d'axe (d₄) transforme D en D'.



PRÉNOM _____

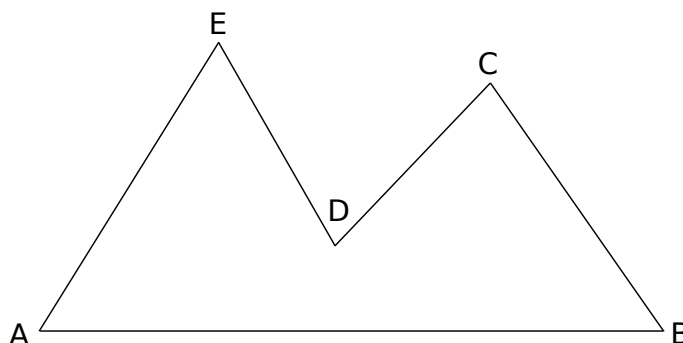
6-4. SYMÉTRIQUE D'UNE DROITE

- Place deux points A et B puis trace la droite (AB) .
- Trace une autre droite (d) sécante (non perpendiculaire) à (AB) .
- Construis les symétriques A' et B' des points A et B par rapport à la droite (d) .

- Trace le symétrique de la droite (AB) et donne lui un nom. Où coupe-t-elle la droite (AB) ?

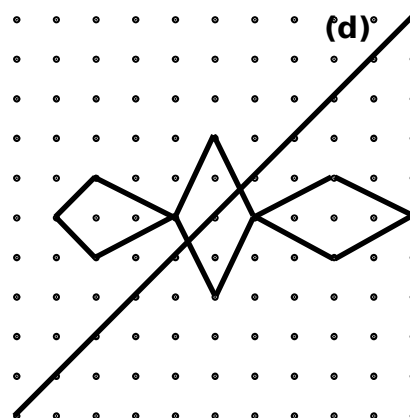
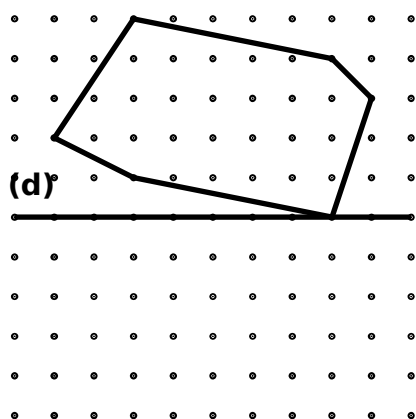
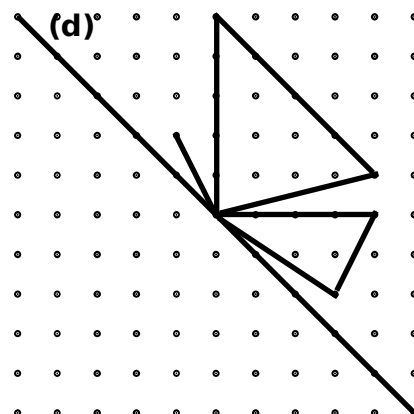
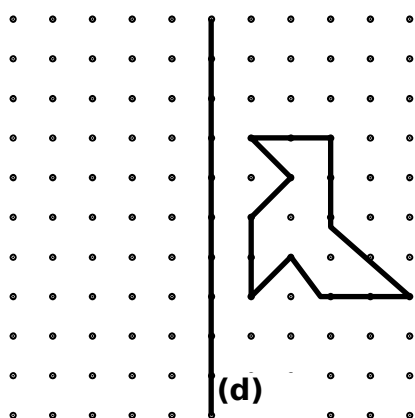
6-5. MONTAGNES

Sur la figure ci-dessous, construis les points F , G et H symétriques respectifs des points C , D et E par rapport à la droite (AB) puis trace le polygone $ABFGH$.



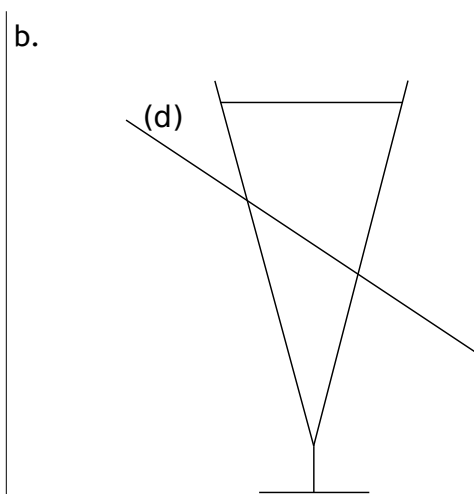
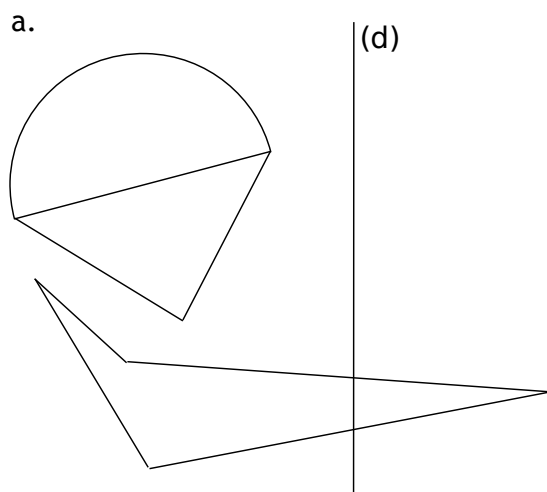
6-6. SYMÉTRIQUES POINTÉS

Construis le symétrique de chaque figure par rapport à la droite (d) en utilisant le papier pointé.



6-7. IMAGES DE FIGURES

Construis le symétrique de chaque figure par rapport à la droite (d) en utilisant uniquement le compas et la règle non graduée.



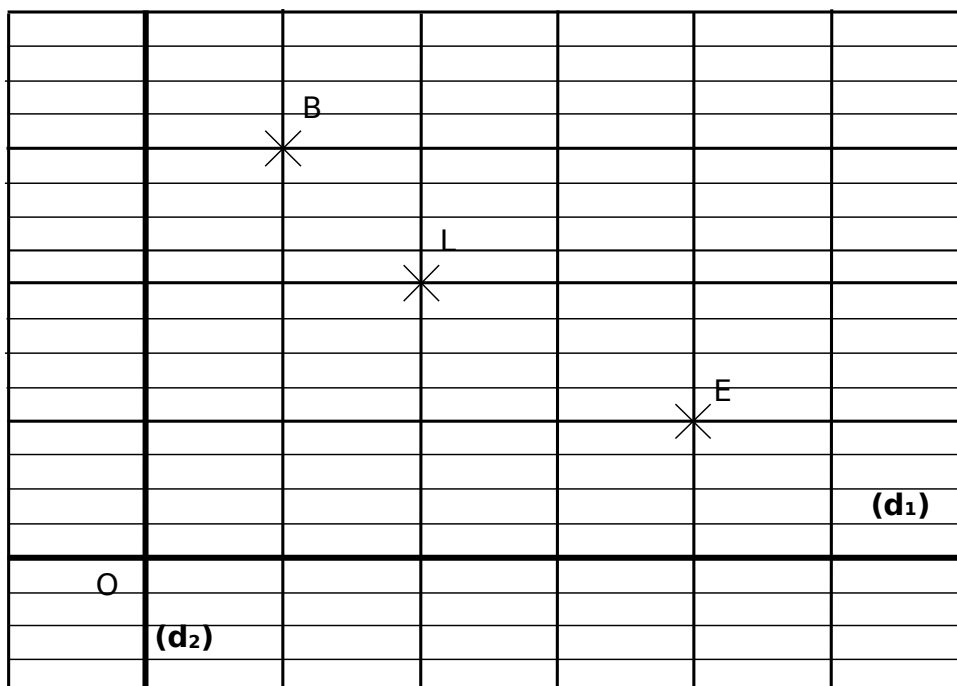
PRÉNOM _____

G612. Symétrie axiale : constr. de points, de droites et de figures

POUR CHERCHER

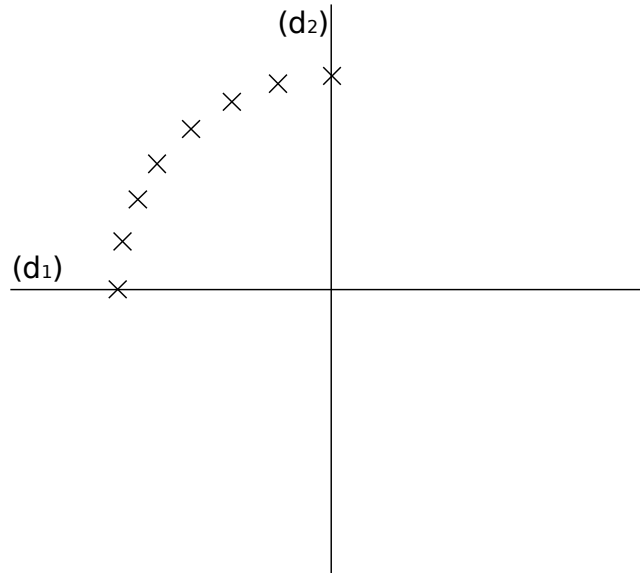
6-8. CONSTRUCTIONS MULTIPLES

Construis les symétriques B' , L' et E' respectivement des points B , L et E par rapport à la droite (d_1) puis les symétriques B'' , L'' et E'' respectivement des points B' , L' et E' par rapport à la droite (d_2) . Que remarques-tu ?



6-9. UN ARC DE CERCLE

- Construis les symétriques de ces points par rapport à la droite (d_1) .
- Complète le dessin par la symétrie d'axe (d_2) .



- Que constates-tu ?

6-10. QUADRILATÈRES PARTICULIERS

- Trace une droite (d_1) puis place un point A sur (d_1) .
- En dehors de la droite (d_1) , place un point B .
- Construis le point C symétrique du point B par rapport à la droite (d_1) .
- Construis le point D symétrique du point A par rapport à la droite (BC) . Quelle semble être la nature du quadrilatère $ABDC$?

PRÉNOM _____

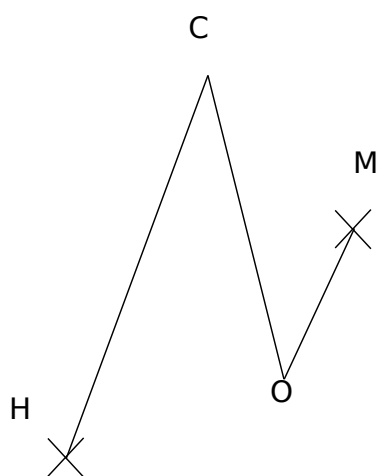
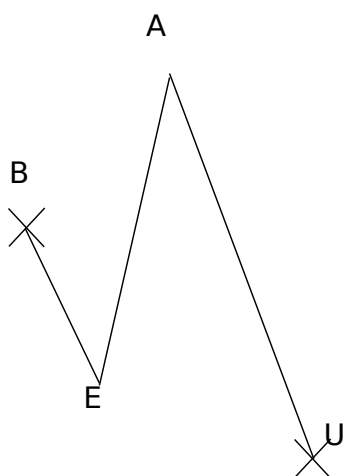
6-11. QUEL QUADRILATÈRE ?

- a. Les droites (BC) et (d_1) sont sécantes en O . Construis les points I , J , K et L symétriques du point O par rapport respectivement aux droites (AB) , (BD) , (CD) et (AC) .

- b. Quelle semble être la nature du quadrilatère $IJKL$?
-

POUR CHERCHER**6-12. À LA RÈGLE SEULE**

Les figures $BEAU$ et $MOCH$ sont symétriques par rapport à une droite (d) qui a été effacée. En utilisant uniquement la règle non graduée, retrouve cette droite (d) .



6-13. PROGRAMME DE CONSTRUCTION

a. Construis un triangle ABC rectangle isocèle en A tel que $AC = 6$ cm.

b. Rédige un programme de construction du carré $BCEF$ contenant le point A , en utilisant uniquement la symétrie axiale.

PRÉNOM _____

POUR ALLER PLUS LOIN

6-14. UNE JOLIE FIGURE

- a. Place un point C au centre de la feuille.
- b. Trace un triangle CJH rectangle isocèle en J tel que $JH = 5$ cm. Place sur le segment $[JH]$ le point F tel que $HF = 2$ cm.
- c. Construis les points E et K symétriques respectifs des points F et H par rapport à la droite (CJ) et le point O symétrique du point C par rapport à la droite (JF) .
- d. Trace au feutre fin noir les segments $[OC]$ et $[HK]$.
- e. Place sur le segment $[OJ]$ les points O_1, O_2, O_3 et O_4 tels que :
- f. $OO_1 = O_1O_2 = O_2O_3 = O_3O_4 = O_4J = 1$ cm.
- g. Construis les points O_5, O_6, O_7 et O_8 symétriques respectifs des points O_4, O_3, O_2 et O_1 par rapport à la droite (JF) .
- h. Place sur le segment $[EJ]$ les points E_1 et E_2 tels que : $EE_1 = E_1E_2 = E_2J = 1$ cm.
- i. Construis les points E_3 et E_4 symétriques respectifs de E_2 et E_1 par rapport à la droite (JC) .
- j. Trace les quadrilatères suivants à l'aide d'un feutre fin noir : $O_4E_2O_5E_3$; $E_4O_3F_4O_5$; $E_4O_3F_4O_6$; $E_4O_2F_4O_7$; $E_4O_1F_4O_8$; E_4OFC ; $CE_2O_5E_3$ et $E_4O_5E_3C$.
- k. Trace la droite (d) perpendiculaire à la droite (CO) passant par C .
- l. Construis la figure symétrique de la figure obtenue au f. par rapport à la droite (d) , on appellera P le symétrique de H par rapport à la droite (d) et M le symétrique de K par rapport à la droite (d) .
- m. Trace les droites (CK) et (CH) .
- n. Construis la figure symétrique de la figure obtenue au f. par rapport à la droite (CK) et procède de la même façon pour tracer les quadrilatères.
- o. Construis la figure symétrique de la figure obtenue au f. par rapport à la droite (CH) et procède de la même façon pour tracer les quadrilatères.
- p. Repasse au feutre fin noir les segments : $[PK]$; $[HM]$.

- q. Gomme tous les traits de construction et colorie la figure avec deux couleurs de telle sorte que deux polygones qui se touchent par un côté ne soient pas de la même couleur.

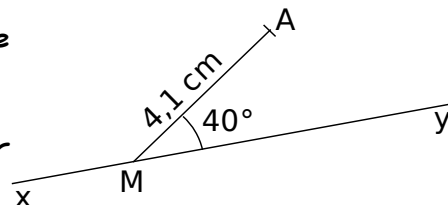
PRÉNOM _____

G613. SYMÉTRIE AXIALE : PROPRIÉTÉS

POUR CHERCHER

6-1. ANGLE ET LONGUEUR

- Reproduis la figure ci-dessus en vraie grandeur.
- Construis le symétrique A' du point A par rapport à l'axe (xy) .



- Quelle est la mesure de $\widehat{yMA'}$? Justifie.

- Quelle est la longueur $A'M$? Justifie.

6-2. UNE NOUVELLE CONSTRUCTION

- a. Trace à main levée une droite (d) puis place deux points M et N sur (d) et un point B n'appartenant pas à (d) .
- b. Place, toujours à main levée, le point B' symétrique de B par rapport à (d) .

- c. Que peux-tu dire de MB et MB' ? Justifie ta réponse et code la figure.

- d. Que peux-tu dire de NB et NB' ? Justifie ta réponse et code la figure.

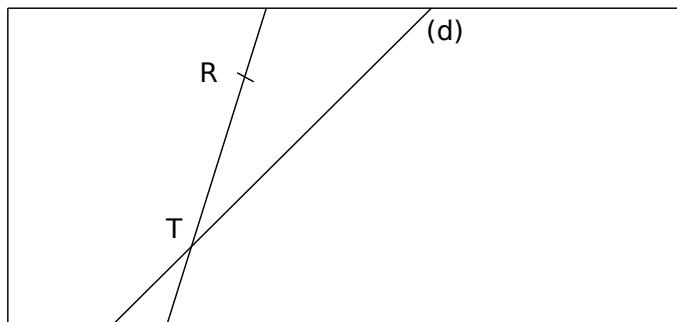
- e. Dédus-en une nouvelle méthode de construction de B' .

- f. Trace la figure avec tes instruments de géométrie.

PRÉNOM _____

6-3. CACHE-CACHE

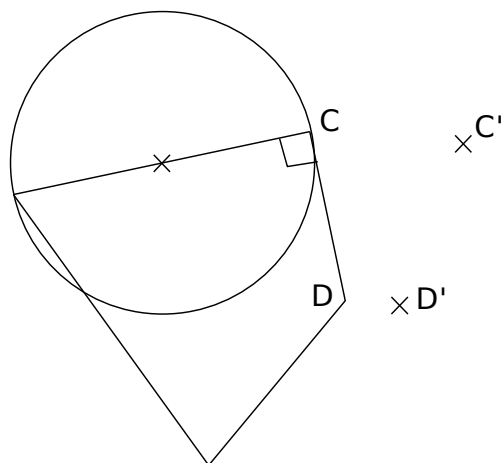
Dans le cadre ci-dessous, (TR) et (d) sont deux droites sécantes en T . Le point F , hors du cadre, est le point de la demi-droite $[TR)$ tel que : $TF = 4,2 \text{ cm}$.



- Sans placer le point F (tout tracé en dehors du cadre est **INTERDIT**), construis son symétrique F' par rapport à (d) .
- Explique ta construction.

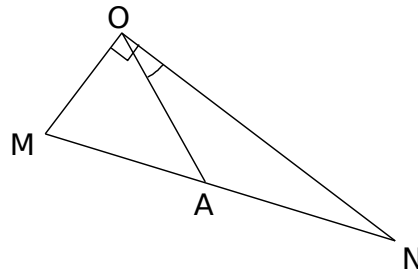
6-4. L'AXE INVISIBLE

- Sur la figure ci-dessous, les points C' et D' sont les symétriques des points C et D par rapport à un axe invisible.
- Sans tracer l'axe, construis les symétriques du cercle et du quadrilatère.



6-5. L'ANGLE PLAT

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur mais on donne : $OM = 4 \text{ cm}$, $ON = 6 \text{ cm}$ et $\widehat{AON} = 36^\circ$.



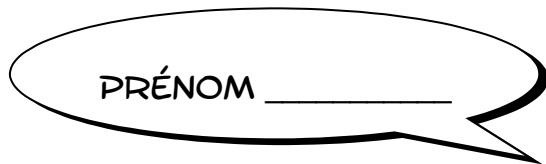
- Place à main levée le point B symétrique de A par rapport à la droite (ON) .
- Quelle est la mesure de $\widehat{NOB}$? Justifie.

- Place à main levée le point C symétrique de A par rapport à la droite (OM) .
- Calcule la mesure de $\widehat{MOA}$.

- Quelle est la mesure de $\widehat{MOC}$? Justifie.

- Démontre que $\widehat{COB}$ est un angle plat.

- Construis la figure en vraie grandeur.



6-6. HISTOIRE DE RECTANGLE

- Construis un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 7 \text{ cm}$ et $AD = 4,6 \text{ cm}$.
- Place le point E de $[AB]$ tel que $AE = 5 \text{ cm}$ et le point F de $[AD]$ tel que $AF = 4 \text{ cm}$.
- Construis le symétrique $A'B'C'D'$ de $ABCD$ par rapport à l'axe (EF) .

- Calcule le périmètre du quadrilatère $A'B'C'D'$. Justifie ta réponse.

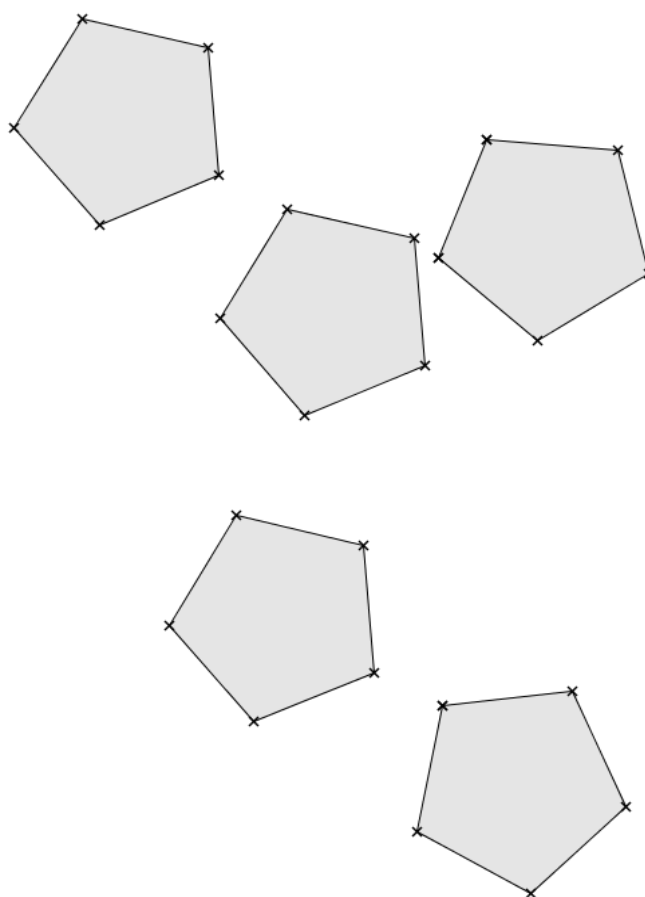
PRÉNOM _____

G62. TRANSLATION

POUR S'EXERCER

6-1. TRANSLATIONS ?

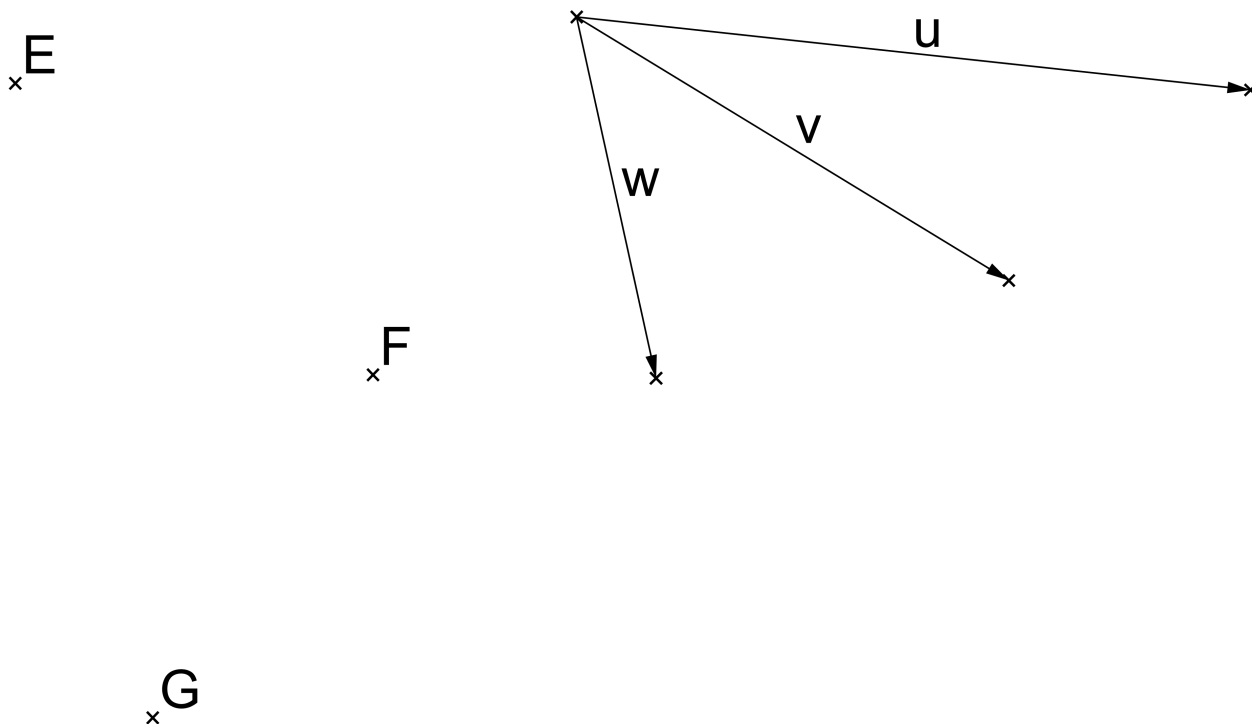
a. Colorie les figures obtenues par translation.



b. Explique pourquoi les autres figures n'ont pas été obtenues par translation.

6-2. CONSTRUCTION DE POINTS

- a. Construis l'image de ces points par le vecteur $\vec{U}$ en vert, le vecteur $\vec{V}$ en bleu et le vecteur $\vec{W}$ en gris.



- b. Relie le triangle EFG en gris puis ses images dans leur couleur respective.

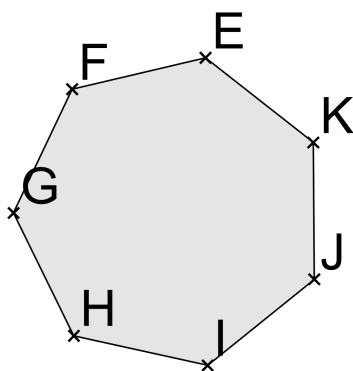
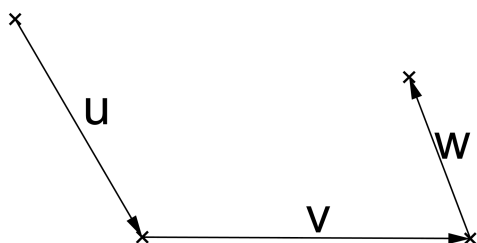
PRÉNOM _____

6-3. CONSTRUCTION DE FIGURES

a. Effectue ces translations de la figure EFGHIJK :

- translation u , puis v , puis w en gris.
- translation w , puis v , puis u en orange.

b. Que constates-tu ?



POUR CHERCHER

6-4. SIMPLIFICATION POSSIBLE ?

Roxanne a réalisé la deux translations successives d'un carré de 4 cm de côté dans un quadrillage : une de 5 cm vers la gauche, une de 7 cm vers le bas. Aurélien n'a fait qu'une seule translation mais arrive au même résultat.

- Effectue les translations de Roxanne.
- Cherche la rotation qu'a effectuée Aurélien et représente son vecteur en vert.

6-5. HISTOIRE DE TRIANGLE

- Dessine un triangle ABC .
- Effectue une translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- Effectue une translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
- Effectue une translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$.

PRÉNOM _____

e. Que remarques-tu ?

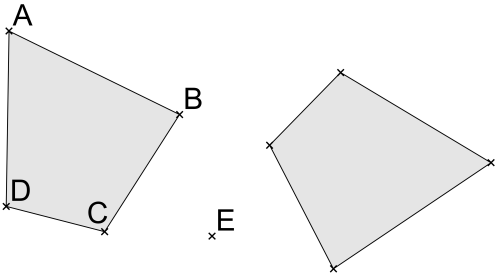
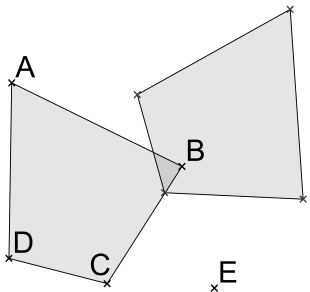
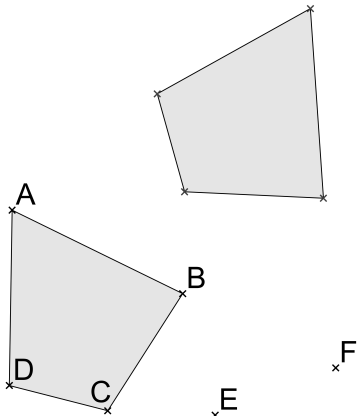
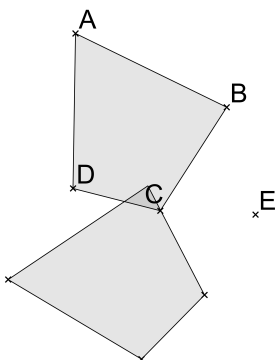
[illegible]

PRÉNOM _____

G63. ROTATION

6-1. ERREURS DE CONSTRUCTION

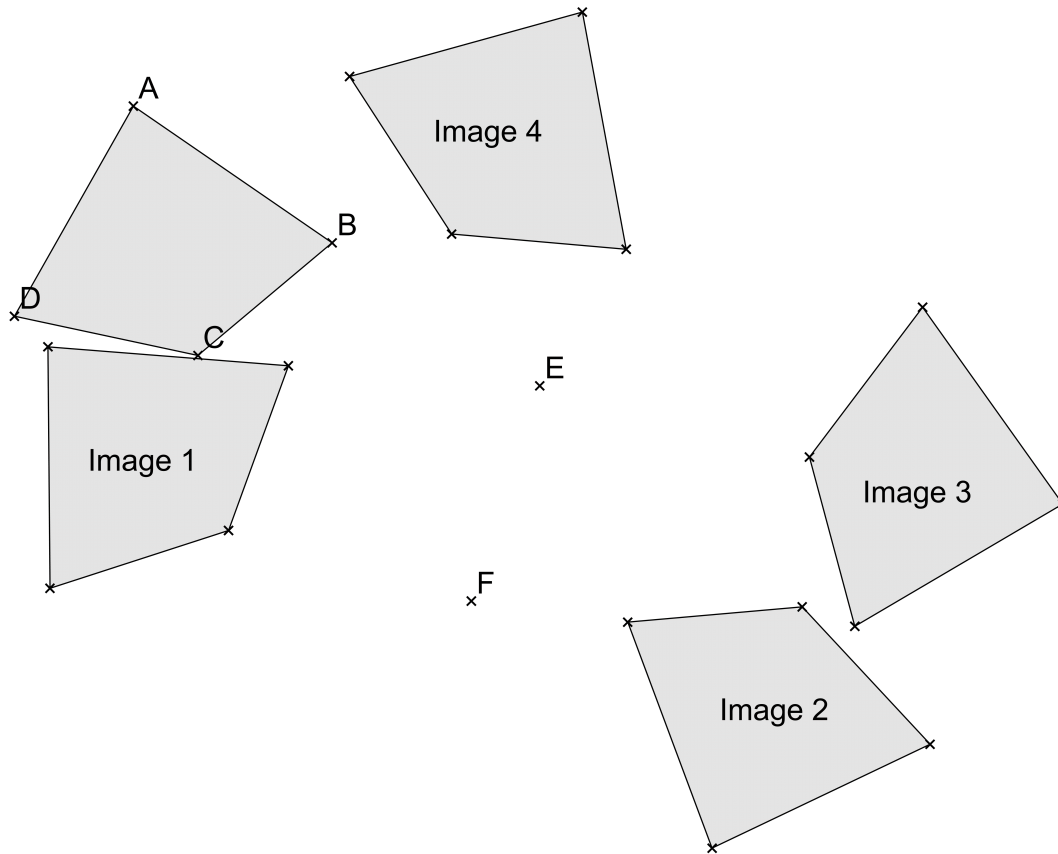
Ces élèves apprennent à construire des rotations. Ils devaient effectuer une rotation de 60° horlogique de centre E. Ont-ils réussi à effectuer la rotation demandée ? Indique leurs erreurs éventuelles.

<i>Etienne</i> 	<i>Alexia</i> 
<i>Robert</i> 	<i>Fabien</i> 

6-2. ANGLE ET CENTRE ?

Pour chaque image, indique le centre et l'angle de rotation.

① N'oublie pas d'indiquer si l'angle est horlogique ou anti-horlogique.



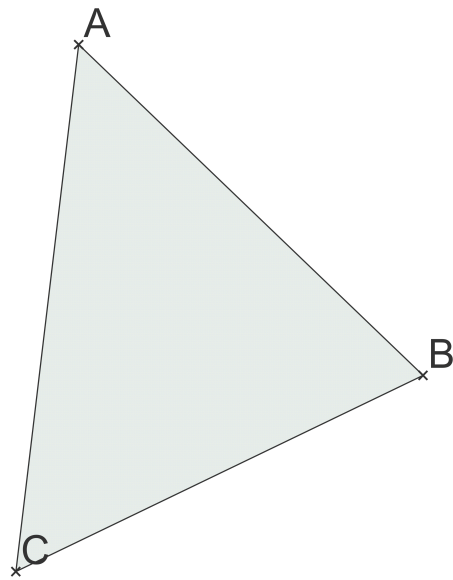
- | | | |
|-------------|----------------|---------------|
| • Image 1 : | Centre : _____ | Angle : _____ |
| • Image 2 : | Centre : _____ | Angle : _____ |
| • Image 3 : | Centre : _____ | Angle : _____ |
| • Image 4 : | Centre : _____ | Angle : _____ |

6-3. À TOI !

Sur la page suivante, construis précisément l'image de ce triangle par les rotations suivantes :

- en vert, une rotation de 90° anti-horlogique de centre A
- en gris, une rotation de 90° anti-horlogique de centre B
- en orange, une rotation de 90° anti-horlogique de centre C

PRÉNOM _____



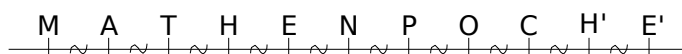
PRÉNOM _____

G64. SYMÉTRIE CENTRALE

POUR T'EXERCER

6-1. OBSERVATION & CODAGE

En observant la figure ci-dessous, complète les phrases suivantes.



- Le point M est le symétrique du point E par rapport au point
- Le point E' a pour symétrique le point dans la symétrie de centre O.
- Les points et H sont symétriques par rapport au point N.
- La symétrie de centre transforme T en C.
- Dans la symétrie de centre N, le point est l'image du point E'.

6-2. JUSTE OU FAUX ?

Jean, Myriam et Sarah doivent tracer des figures symétriques. Pour chaque cas, l'un d'entre eux s'est trompé. Retrouve qui et explique ton choix dans la dernière colonne :

	Jean	Myriam	Sarah	Explication
a.				
b.				

	Jean	Myriam	Sarah	Explication
c.				

6-3. CONSTRUCTION DE TRIANGLES

Pour chaque cas, trace le symétrique du triangle par rapport au point S.

a.

b.

c.

d.

6-4. SYMÉTRIQUE DE NOMBRES

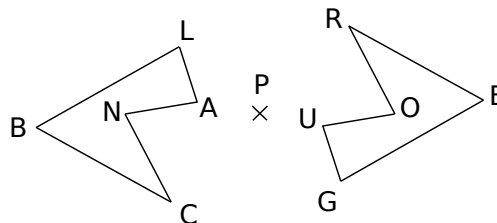
Construis le symétrique de chaque chiffre par rapport au point G.

PRÉNOM _____

6-5. EN ROUGE ET BLANC

Le pentagone BLANC est le symétrique du pentagone ROUGE par la symétrie de centre P. Complète le tableau ci-dessous.

point	B	L	A	N	C
symétrique					



POUR CHERCHER

6-6. POINTS ALIGNÉS

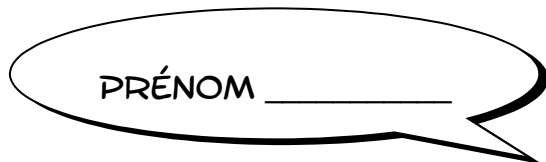
a. Place trois points A, B et C alignés dans cet ordre. Construis en rouge le symétrique du segment [AB] par rapport au point C.

b. Place trois points D, E et F alignés dans cet ordre. Construis en vert le symétrique du segment [DF] par rapport au point E.

6-7. LIEU GÉOMÉTRIQUE

- a. Trace deux droites $(d1)$ et $(d2)$ sécantes en un point M . Place un point A n'appartenant ni à $(d1)$, ni à $(d2)$.
- b. Construis le point T symétrique du point A par rapport à la droite $(d1)$ et le point H symétrique du point A par rapport à la droite $(d2)$.
- c. Construis le point S symétrique du point A par rapport au point M .

- d. Où semblent se situer les points A, T, H et S ?



6-8. SOMMETS PERDUS

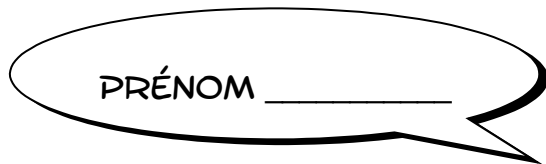
- a. Place un point O . Trace trois droites $(d1)$, $(d2)$ et $(d3)$ concourantes en O .
- b. Place un point R sur $(d1)$, un point B sur $(d2)$ et un point E sur $(d3)$.
- c. En utilisant uniquement ton compas, place les points M , U et T pour que les triangles MER et BUT soient symétriques par rapport au point O .

6-9. CASSE-TÊTE

a. Trace un cercle de centre T . Place un point R à l'extérieur de ce cercle.

b. Trace ensuite, en utilisant uniquement la règle non graduée et un crayon, le symétrique du point R par rapport à T . Explique comment tu fais.

c. La construction est-elle encore possible lorsque le point R se trouve à l'intérieur du cercle ? Pourquoi ?



6-10. HISTOIRE DE POINT O

Soient trois points A , O et B non alignés

- a. Place le symétrique C de A par rapport à O et le symétrique D de B par rapport à O .

- b. Que peux-tu dire des segments $[AB]$ et $[CD]$? Justifie ta réponse.

- c. Que représente le point O pour le segment $[AC]$? pour $[BD]$? Justifie ta réponse.

6-11. UN CLASSIQUE

- a. Construis un segment $[AB]$ de 4 cm puis trace le cercle (C) de centre B et de rayon 2 cm.
- b. Sur le cercle (C) , place un point C tel que $\widehat{ABC} = 90^\circ$.
- c. Place le point O tel que $AO = 2$ cm et tel que O appartienne à la demi-droite $[BA)$ mais pas au segment $[AB]$.

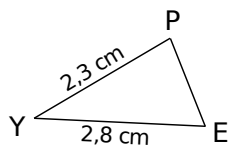
- d. Trace le cercle (C') symétrique du cercle (C) par rapport à O . Quel est son rayon ? Justifie ta réponse.

- e. Trace les points A' et B' symétriques respectifs des points A et B par rapport à O . Quelle est la longueur du segment $[A'B']$? Justifie ta réponse.

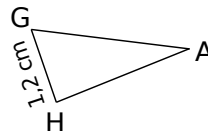
- f. Trace le point C' symétrique du point C par rapport à O . Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$? Justifie ta réponse.

PRÉNOM _____

6-12. DES PÉRIMÈTRES



O
X



Les triangles *PYE* et *HAG* sont symétriques par rapport à *O*.

□ Cette figure n'est pas en vraie grandeur.

a. Quelles sont les longueurs des côtés du triangle *PYE* ? Justifie ta réponse.

b. Calcule le périmètre du triangle *PYE*.

c. Déduis-en le périmètre du triangle *HAG*. Justifie ta réponse.

6-13. PÉRIMÈTRE ET AIRE

- a. Construis un rectangle $ABCD$ tel que : $AB = 3,5$ cm et $BC = 5$ cm.
- b. Place un point M à l'extérieur de ce rectangle.
- c. Construis la figure $A'B'C'D'$ symétrique du rectangle $ABCD$ par rapport au point M .

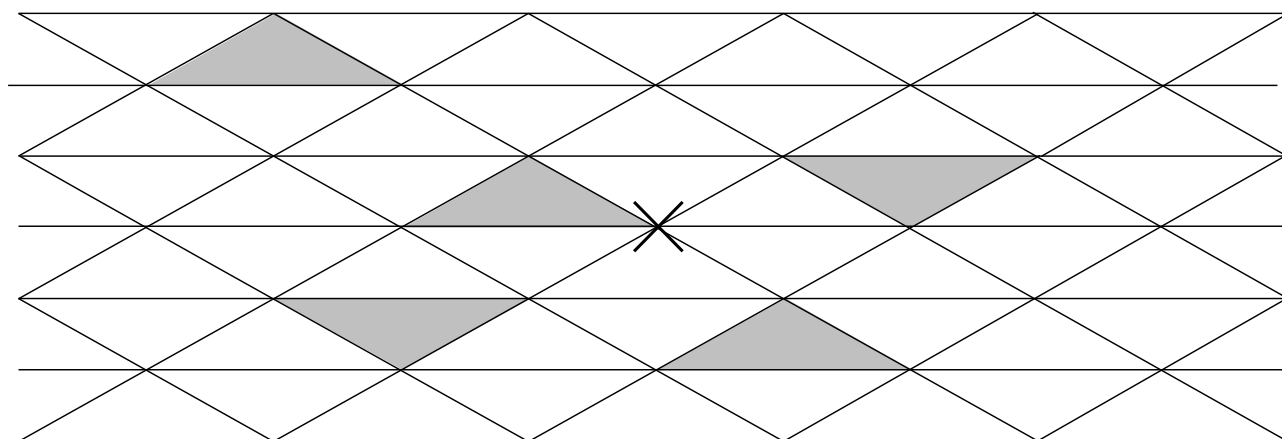
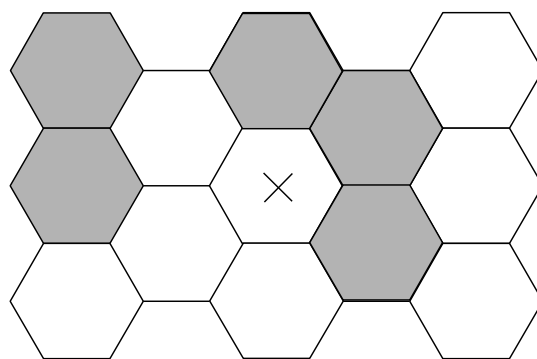
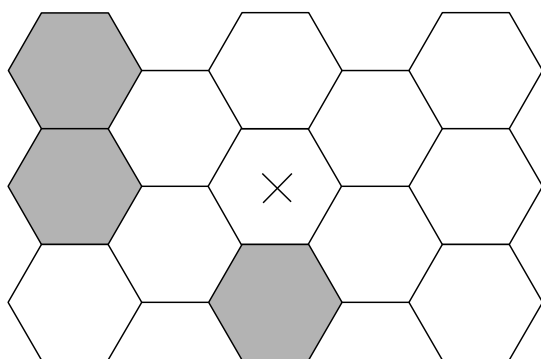
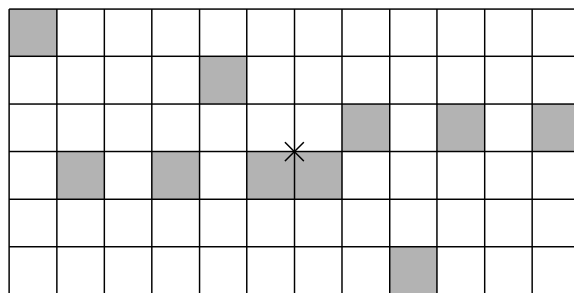
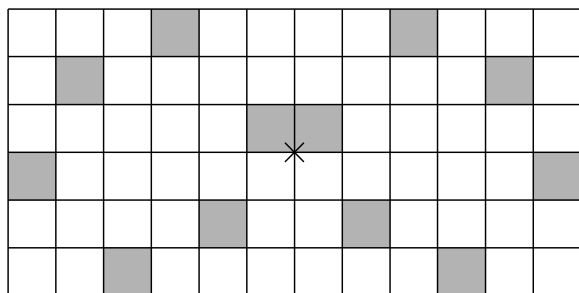
- d. Quelle est la nature du quadrilatère $A'B'C'D'$? Justifie ta réponse.

- e. En justifiant et sans effectuer de mesure, calcule le périmètre et l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$.

PRÉNOM _____

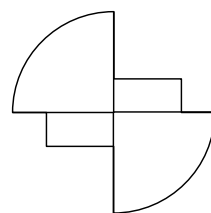
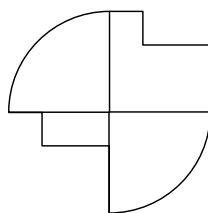
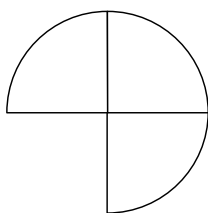
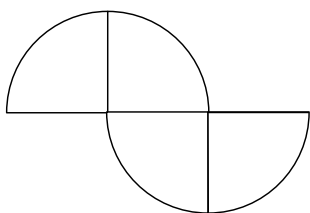
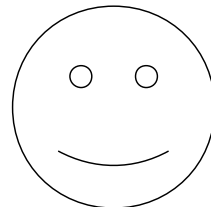
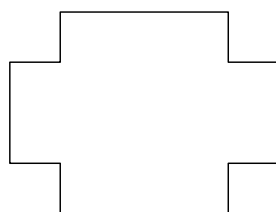
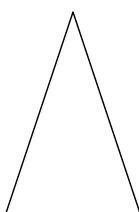
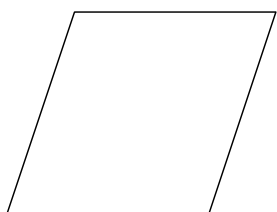
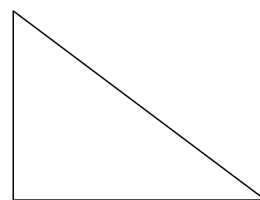
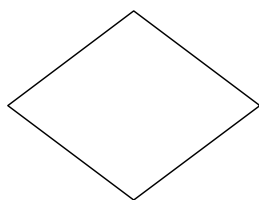
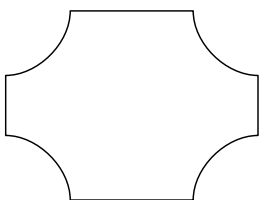
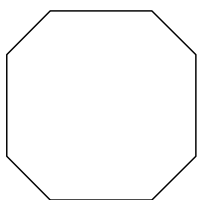
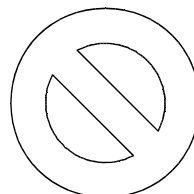
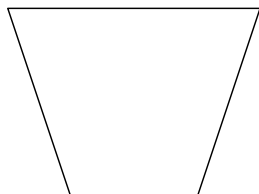
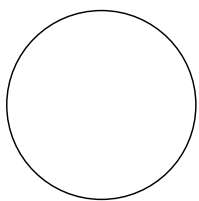
6-14. SYMÉTRIES À COMPLÉTER

Sur chaque figure, colorie le minimum de cases afin que le point marqué par une croix soit le centre de symétrie de la figure finale.



6-15. CENTRE DE SYMÉTRIE

Pour chaque figure, indique la position du centre de symétrie s'il existe :



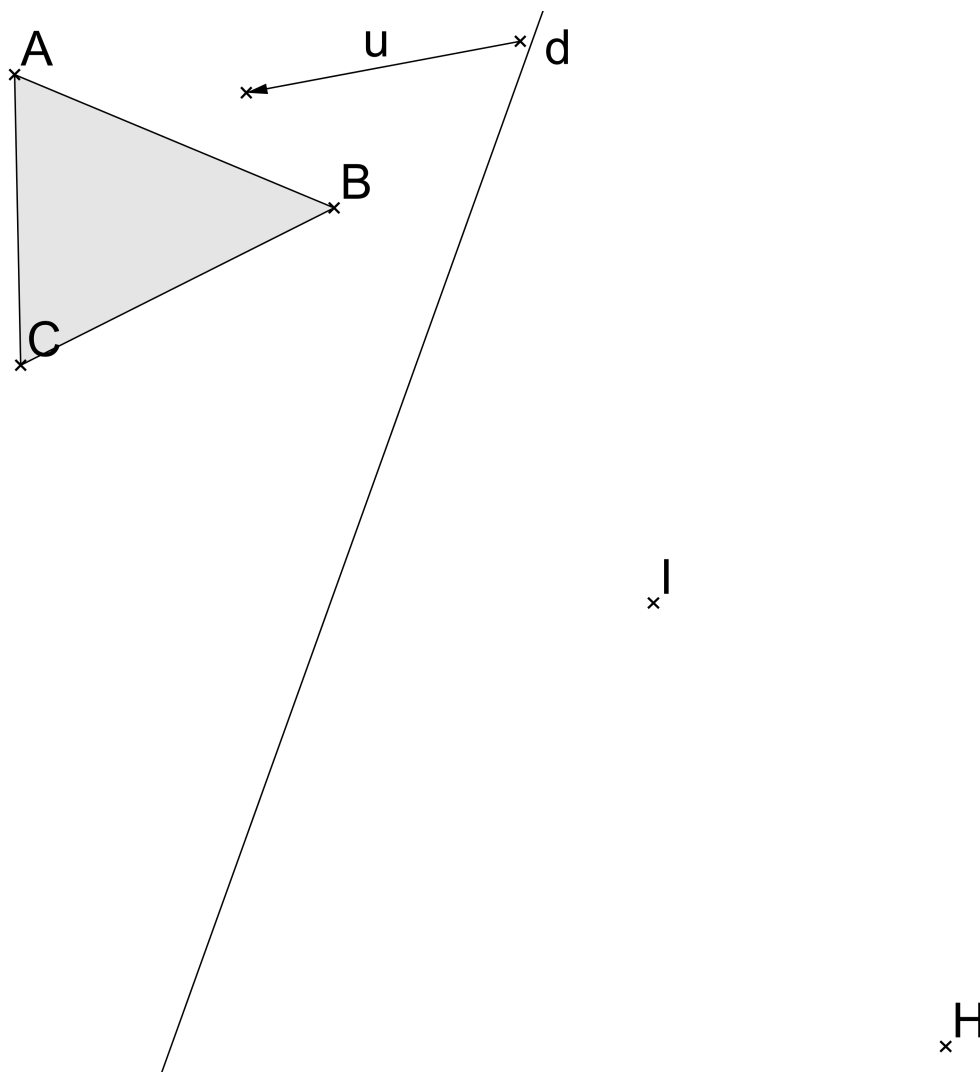
PRÉNOM _____

G65. SYNTHÈSE

6-1. SUITE DE TRANSFORMATIONS DU PLAN

Effectue ces transformations du plan successives sur la figure ABC :

- commence par une symétrie axiale d'axe d (en vert),
- continue avec une translation de vecteur $\vec{u}$ (en orange),
- enchaîne avec une rotation de 30° horlogique de centre H (en bleu),
- termine par une symétrie centrale de centre I (en gris).



6-2. CONSTRUCTIONS LIBRES

Construis un enchaînement de transformation du plan qui devra comprendre au moins une symétrie axiale, une rotation, une symétrie centrale et une translation.

PRÉNOM _____

